PROBLEMA 1 – **game** 100 puncte

Sursa: game.cpp, game.c, game.pas

Alice si Bob joacă un joc matematic în care cei doi mută alternativ. Iniţial, ei pornesc jocul cu un şir de **N** numere naturale nenule a_1 a_2… a_N. O *mutare* constă în alegerea unui număr de forma p^k, unde **p** este un număr prim iar **k** un număr natural nenul, urmată de împărţirea prin p^k a tuturor numerelor a_i care se divid cu această valoare (trebuie să existe în şirul curent cel puţin o valoare a_i care va fi modificată în această etapă).
Alice face mereu prima mutare. Câştigă cel care realizează ultima mutare, iar cel care nu mai poate muta, pierde (toate valorile a_i au devenit **1**). La fiecare mutare, dacă jucătorul curent are strategie de câştig, va juca aplicând acestă strategie. În caz contrar, jucătorul este nevoit să facă o mutare posibilă.

Cerință

1. Determinaţi câştigătorul jocului.

2. Determinaţi numărul **V** de variante distincte de a face prima mutare, pentru jucătorul care câştigă jocul.

De exemplu, presupunând că Alice câştigă, **V** = numărul de valori p^k distincte, pe care le poate alege Alice la prima ei mutare, astfel încât să fie sigură că va câştiga jocul în final.

Presupunând că Bob va câştiga jocul, **V** = numărul de valori p^k distincte, dintre care poate alege Bob la prima lui mutare, astfel încât el să câştige în final (nu uitaţi că Alice începe jocul). Dacă Bob poate alege aceeaşi valoare p^k pentru două variante diferite ale mutării iniţiale a lui Alice, valoare care l-ar duce la câştig, se va număra o singură dată această valoare.

Date de intrare

Fișierul de intrare **game.in** conține **T** teste. Pe prima linie se află numerele naturale **T** şi **C**, numărul de teste, respectiv cerinţa (1 sau 2). Următoarele **T** linii conţin câte un joc dat prin **N** şi numerele a_1 a_2… a_N separate prin câte un spaţiu. Pentru toate testele din acelaşi fişier se rezolvă aceeaşi cerinţă **C**.

Date de ieșire

Fișierul de ieșire **game.out** va conţine **T** linii, pe linia i va fi răspunsul pentru testul al i-lea.

Dacă **C = 1**, se afişează pentru fiecare joc, numele câştigătorului „**Alice**” sau „**Bob**”.

Dacă **C = 2**, se afişează pentru fiecare joc, numărul **V** de mutări distincte dintre care câştigătorul ar putea alege prima sa mutare, conform precizărilor de la punctul 2.

Restricții și precizări

- $2 \le T \le 10$
- $1 \le N \le 100.000$
- $1 \le a_i \le 1.000.000, 1 \le i \le N$
- Pentru teste în valoare de 40 puncte, C = 1.
- Pentru teste în valoare de 60 puncte, C = 2. Pentru o parte dintre acestea, în valoare de 20 puncte, Alice câştigă întotdeauna.
- Pentru teste în valoare de 30 puncte, $a_i \le 20, \ 1 \le i \le N$

Exemple:

game.in	game.out
4 1 2 7 25 2 10 21 10 43 89 47 29 68 2 27 52 92 27 7 23 1 529 19 1 529 29	Alice Bob Alice Bob

Explicaţii:

Sunt 4 teste de rezolvat pe cerinţa 1.

În primul joc, $N=2$ şi $a_1=7$, $a_2=25$ şi câştigă Alice.

Ea poate alege iniţial $p^k=5^1$, $p^k=5^2$ sau $p^k=7^1$. Pot avea loc variantele:

- $p^k=5^1$, împarte la 5^1 valorile şi obţine $a_1=7$ şi $a_2=5$. Dacă acum Bob alege 7 se obţine $a_1=1$ şi $a_2=5$. Alice va alege 5, se va obţine $a_1=1$ şi $a_2=1$ şi ea va câştiga.
  Analog s-ar fi întâmplat dacă Bob ar fi ales 5 în loc de 7.
- Cazurile $p^k=5^2$ sau $p^k=7^1$ pentru prima mutare a lui Alice îi vor permite lui Bob să aleagă fie 7 fie 5^2 şi să câştige.
  În concluzie, Alice câştigă numai dacă alege $p^k=5^1$.

În al doilea joc, $N=2$ şi $a_1=10$, $a_2=21$ şi câştigă Bob.

Alice poate alege iniţial $p^k=2^1$, $p^k=5^1$, $p^k=3^1$ şi $p^k=7^1$. Pentru fiecare alegere a lui Alice, Bob poate alege oricare dintre celelalte trei variante rămase. În următoarele două mutări, o alegere va fi a lui Alice şi ultima valoare va fi aleasă de Bob, care va câştiga.

game.in	game.out
4 2 2 7 25 2 10 21 10 43 89 47 29 68 2 27 52 92 27 7 23 1 529 19 1 529 29	1 4 1 4

Explicaţii:

Sunt 4 teste de rezolvat pe cerinţa 2 (vezi explicaţia de mai sus).

În primul joc, $N=2$ şi $a_1=7$, $a_2=25$ şi câştigă Alice, care poate alege iniţial doar varianta $p^k=5^1$ care îi permite să câştige. Aşadar, sunt **V = 1** variante distincte.

În al doilea joc, dacă Alice alege $p^k=2^1$, Bob poate alege iniţial $p^k=5^1$, $p^k=3^1$ sau $p^k=7^1$. Similar, dacă Alice alege oricare dintre $p^k=5^1$, $p^k=3^1$ sau $p^k=7^1$, Bob va putea alege prima mutare dintre celelalte 3 variante rămase. În concluzie, numărul de valori distincte pe care Bob le poate alege iniţial este **V = 4**.

Observăm că Bob poate alege ca primă mutare, $p^k=3^1$ în toate cele trei cazuri când Alice a ales iniţial $p^k=2^1$ sau $p^k=5^1$ sau $p^k=7^1$, dar această mutare se numără o singură dată.

Timp maxim de execuție/fișier test: 1 secundă

Limită de memorie: 128 MB (din care 8 MB pentru stivă)