

Concurs de admitere la Facultatea de Matematică și Informatică
Proba: INFORMATICĂ

I.(40p)

1. (5p) Se consideră suma $S = 1/2 - 1/4 + 1/6 - 1/8 - \dots$ (primul termen este $1/2$, al doilea termen este $-1/4$ etc.).
 - (a) (2p) Care este expresia corespunzătoare celui de al k -lea termen?
 - (i) $1/(2k)$;
 - (ii) $1/(2(k+1))$;
 - (iii) $(-1)^k/(2k)$;
 - (iv) $(-1)^{k+1}/(2k)$;
 - (v) $(-1)^{k+1}/(2(k+1))$.
 - (b) (3p) Scrieți o funcție în C/C++/Pascal care primește ca parametru un număr natural $n \geq 2$ și returnează suma primilor n termeni din S .
2. (5p) Se consideră un număr natural nenul N și se pune problema "descompunerii" lui în două numere: unul care conține cifrele impare (N_1) și altul care conține cifrele pare (N_2), în aceeași ordine în care apar în numărul inițial. De exemplu pentru $N = 1043072$ se obțin $N_1 = 137$ respectiv $N_2 = 402$, iar pentru $N = 371$ se obține $N_1 = 371$ și $N_2 = 0$. Scrieți o funcție/procedură care primește ca parametru de intrare numărul N și afișează valorile N_1 și N_2 .
3. (10p) Scrieți o funcție/procedură care transformă un tablou unidimensional cu elemente numere reale, primit ca parametru, astfel încât elementele aflate pe poziții pare să fie ordonate crescător, iar cele aflate pe poziții impare să fie ordonate descrescător (pozițiile sunt contorizate începând cu 1, primul element este pe poziție impară, al doilea pe poziție pară etc.). De exemplu tabloul $[5, 1, 7, 6, 2, 1, 8, 3]$ se transformă în $[8, 1, 7, 1, 5, 3, 2, 6]$.
4. (10p) Se consideră următoarea relație de recurență (pentru a și b numere naturale nenule):

$$f(a, b) = \begin{cases} a & \text{dacă } a = b \\ f(a - b, b) & \text{dacă } a > b \\ f(a, b - a) & \text{dacă } a < b \end{cases}$$

- (a) (2p) Ce valoare are $f(12, 9)$?
 - (b) (3p) Ce calcul descrie relația de recurență (ce reprezintă $f(a, b)$ pentru a și b numere naturale nenule)?
 - (c) (5p) Scrieți o funcție recursivă în C/C++/Pascal care implementează relația de recurență (primește parametrii a și b și returnează valoarea lui $f(a, b)$).
5. (10p) Intr-un document toate valorile numerice reale au fost introduse folosind virgula zecimală și se pune problema transformării acestora astfel încât să fie reprezentate folosind punctul zecimal (de exemplu 245,13 se transformă în 245.13). În acest sens se solicită:
 - (a) (3p) să se scrie o funcție/procedură care primește ca parametru un șir de caractere de forma "cc...c,dd...d" (unde c și d reprezintă cifre) și îl transformă în șirul "cc...c.dd...d" (aceleași cifre - doar virgula este înlocuită cu punct).
 - (b) (7p) să se scrie o funcție care primește un șir de caractere corespunzător unei valori reale pozitive (în care partea zecimală este separată de partea întreagă prin punct) și returnează valoarea numerică corespunzătoare (de exemplu pentru un șir de forma $c_k c_{k-1} \dots c_1 c_0 . d_1 d_2 \dots d_m$ valoarea numerică se obține efectuând calculul $c_k \cdot 10^k + c_{k-1} \cdot 10^{k-1} + \dots + c_1 \cdot 10 + c_0 + d_1/10 + d_2/10^2 + \dots + d_m/10^m$).

II.(25p) Se consideră un set de n utilizatori Twitter numerotați de la 1 la n ($n \leq 50$) și o matrice A cu n linii și n coloane care descrie relația de "urmărire" dintre utilizatori: $a_{ij} = 1$ dacă utilizatorul i urmărește utilizatorul j respectiv $a_{ij} = 0$ dacă utilizatorul i nu urmărește utilizatorul j (elementele matricii sunt din $\{0, 1\}$).

- (a) (2.5p) Care dintre următoarele expresii corespunde numărului de "urmăritori" ai utilizatorului i ? (i) $\sum_{j=1}^n a_{ij}$; (ii) $\sum_{j=1}^n a_{ji}$; (iii) $\sum_{j=1}^i a_{ji}$; (iv) $\sum_{j=i}^n a_{ij}$;
- (b) (10p) Un utilizator este considerat "celebritate" dacă numărul său de "urmăritori" este mai mare decât numărul mediu de urmăritori ai utilizatorilor din set. Scrieți o funcție care returnează numărul de celebrități din setul de utilizatori.
- (c) (2.5p) Un triplet de utilizatori (i, j, k) , cu i, j, k valori distincte, formează o "clică" de dimensiune 3 dacă oricare doi dintre ei se urmăresc reciproc. Care dintre următoarele condiții descriu proprietatea de "clică" pentru un triplet (i, j, k) ? (i) $a_{ij} + a_{ji} + a_{ik} + a_{ki} + a_{jk} + a_{kj} = 6$; (ii) $a_{ij} + a_{ik} + a_{jk} = 3$; (iii) $a_{ij} \cdot a_{ji} + a_{ik} \cdot a_{ki} + a_{jk} \cdot a_{kj} = 3$; (iv) $a_{ij} \cdot a_{ji} \cdot a_{ik} \cdot a_{ki} \cdot a_{jk} \cdot a_{kj} = 1$; (v) $a_{ij}^2 + a_{ik}^2 + a_{jk}^2 = 6$;
- (d) (10p) Scrieți o funcție/procedură care afișează toate clicile distincte de dimensiune 3 din setul de utilizatori.

III.(25p) Se consideră o imagine pe niveluri de gri, A , reprezentată printr-o matrice cu 50 de linii și 50 de coloane care conține valori din mulțimea $\{0, \dots, 255\}$ (valoarea unui element din matrice reprezintă nivelul de gri al pixelului corespunzător din imagine).

- (a) (5p) Scrieți o funcție/ procedură care pornind de la matricea A (variabilă globală) construiește histograma imaginii (un tablou unidimensional H cu 256 de elemente în care elementul de pe poziția i conține numărul de elemente din matricea A care au valoarea i).
- (b) (5p) Scrieți o funcție care primește ca parametru tabloul cu histograma imaginii determinată la punctul (a) și returnează nivelul mediu de gri, g , (calculat ca medie ponderată a elementelor din matricea A : $g = (H[0] * 0 + H[1] * 1 + \dots + H[255] * 255) / (H[0] + H[1] + \dots + H[255])$).
- (c) (5p) Scrieți o funcție/ procedură care primește ca parametri matricea A și nivelul mediu de gri g , determinat la punctul (b), și construiește o matrice B de aceleași dimensiuni cu A cu proprietatea că elementul de pe linia i și coloana j este egal cu 1 dacă elementul corespunzător din matricea A este mai mare sau egal cu g , respectiv este egal cu 0 dacă elementul corespunzător din A este mai mic decât g .
- (d) (10p) Scrieți o funcție recursivă care primește indicele de linie și coloană al unui element egal cu 1 din matricea B (considerată variabilă globală) și transformă matricea B prin înlocuirea cu -1 a elementului specificat, a tuturor vecinilor săi (din stânga, dreapta, sus, jos), a tuturor vecinilor vecinilor ș.a.m.d. cu condiția ca aceștia să aibă inițial valoarea 1. De exemplu, dacă se pornește de la elementul de pe linia 2, coloana 4 se obține:

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Notă:

1. Timp de lucru: 3 ore
2. Toate subiectele sunt obligatorii
3. Limbajul de programare este la alegere între C/C++ și Pascal.
4. Pentru fiecare dintre funcțiile/procedurile scrise se vor specifica toate declarațiile de variabile globale și locale necesare și se vor pune comentarii explicative. NU este necesară scrierea programului principal și preluarea datelor prin citire.

Barem de corectare - INFORMATICĂ

Start	10p
-------------	-----

I.1	5p
-----------	----

I.1a:	2p
(Răspuns corect: (iv))	
I.1b:	3p
(declararea corectă a funcției, a variabilelor locale și returnarea rezultatului - 1p; descrierea corectă a calculului sumei - 2p)	

I.2	5p
(declararea corectă a funcției, variabilelor de lucru și afișarea rezultatelor - 1p; calculul corect al valorilor N_1 și N_2 - 4p)	

I.3	10p
(declararea corectă a funcției și variabilelor de lucru și returnarea rezultatului - 1p; implementarea corectă a unui algoritm de sortare - 6p; transformarea corectă a tabloului (ordonare crescătoare elemente de pe poziții pare și descrescătoare pentru elemente de pe poziții impare - 3p)	

I.4	10p
-----------	-----

I.4a:	2p
(răspuns: 3)	
I.4b:	3p
(răspuns: calculul celui mai mare divizor comun al numerelor a și b)	
I.4c:	5p
(declararea corectă a funcției și variabilelor de lucru și returnarea rezultatului - 1p; specificarea corectă a condiției de ieșire din cascada de apeluri recursive - 1p; descrierea corectă a prelucrării - 3p)	

I.5	10p
-----------	-----

5a:	3p
(declararea funcției/procedurii și a variabilelor utilizate - 1p; identificarea corectă a poziției virgulei zecimale - 1p; înlocuirea corectă a virgulei cu punctul - 1 p)	
5b:	7p
(declararea funcției/procedurii, a variabilelor utilizate și returnarea rezultatului - 1p; calcul corect pentru partea întreagă - 3p; calcul corect pentru partea zecimală - 3p)	

II 25p

II.a: 2.5p

Răspuns: (ii)

II.b: 10p

(declararea corectă a funcției/procedurii, a variabilelor utilizate și returnarea rezultatului - 1p; calculul sumei elementelor de pe fiecare coloană - 3p; calculul mediei sumelor de pe fiecare coloană - 3p; determinarea numărului de coloane pentru care suma este mai mare decât valoarea medie - 3p)

II.c: 2.5p

Răspuns: (i), (iii), (iv)

II.d: 10p

(declararea corectă a funcției/procedurii, a variabilelor utilizate și afișarea rezultatelor- 1p; parcurgerea tripletelor - 3p; analiza corectă a condiției de clică de dimensiune 3 - 6p)

III 25p

III.a: 5p

(declararea corectă a matricii A , declararea corectă a tabloului H , declararea corectă a funcției (procedurii) - 1p; completarea corectă a tabloului H - 4p)

III.b: 5p

(declararea corectă a funcției și returnarea rezultatului - 1p; calculul corect al mediei ponderate - 4p)

III.c: 5p

(declararea corectă a matricii B , declararea corectă a funcției (procedurii) - 1p; construirea corectă a matricii B - 4p)

III.d: 10p

(declararea corectă a funcției - 1p; specificarea corectă a condiției de continuare a apelurilor recursive B - 4p; specificarea corectă a apelurilor recursive - 4p; transformarea corectă a matricii - 1p)

TOTAL: 100

Observație: Se punctează corespunzător orice variantă corectă de rezolvare.