Universitatea din Bucureşti **15.07.2018**
Facultatea de Matematică şi Informatică

Concursul de admitere iulie 2018
Domeniul de licenţă – *Calculatoare şi Tehnologia Informaţiei*

Matematică (Varianta 1)

1. Numărul rădăcinilor reale ale ecuaţiei $\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{97-x} = 5$ este:

$\boxed{A}$ 0 $\boxed{B}$ 1 $\boxed{C}$ 2 $\boxed{D}$ 4

2. Dacă $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbf{R})$, atunci matricea A^{2018} este:

$\boxed{A}$ $\begin{pmatrix} 0 & 2^{2018} \\ 0 & 4^{2018} \end{pmatrix}$ $\boxed{B}$ $\begin{pmatrix} 0 & 2^{4035} \\ 0 & 4^{4036} \end{pmatrix}$ $\boxed{C}$ $\begin{pmatrix} 0 & 2^{2018} \\ 0 & 2^{2019} \end{pmatrix}$ $\boxed{D}$ $\begin{pmatrix} 0 & 2^{4035} \\ 0 & 2^{4036} \end{pmatrix}$

3. Numărul de soluţii reale ale ecuaţiei $e^{4x} + e^{2x} = 12$ este:

$\boxed{A}$ 0 $\boxed{B}$ 1 $\boxed{C}$ 2 $\boxed{D}$ 4

4. Numărul numerelor de patru cifre care au exact trei cifre impare şi distincte este:

$\boxed{A}$ 120 $\boxed{B}$ 900 $\boxed{C}$ 1140 $\boxed{D}$ 1200

5. Numărul de rădăcini reale ale polinomului $P(X) = X^4 - 2X^3 - 3X^2 + 4X + 5$ este:

$\boxed{A}$ 0 $\boxed{B}$ 1 $\boxed{C}$ 2 $\boxed{D}$ 4

6. Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ o funcţie de două ori derivabilă care verifică relaţia $2xf(x) + f'(x) = 0$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$ şi $f(0) = 5$. Atunci valoarea lui $f''(0)$ este:

$\boxed{A}$ 0 $\boxed{B}$ 5 $\boxed{C}$ -10 $\boxed{D}$ 10

7. Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(x^2+1) - ax$, unde $a \in \mathbb{R}$. Valorile parametrului a pentru care funcţia f este crescătoare sunt:

$\boxed{A}$ $(-\infty, -1]$ $\boxed{B}$ $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty]$ $\boxed{C}$ $[-1, 1]$ $\boxed{D}$ $(1, +\infty)$

8. Valoarea limitei $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin(x) - \sin(\sin(x))}{x^3}$ este:

$\boxed{A}$ 1 $\boxed{B}$ $\frac{1}{3}$ $\boxed{C}$ 0 $\boxed{D}$ $\frac{1}{6}$

9. Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\int\limits_0^x e^{-t^2}dt$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$. Atunci panta tangentei la graficul lui f în punctul de abscisă $x_0=3$ este:

$\boxed{A}$ 1 $\boxed{B}$ e^{-9} $\boxed{C}$ e^{9} $\boxed{D}$ $3e^{-3}$

10. Fie $a_n=\frac{1}{n^2}\int\limits_{-n}^{n} x\operatorname{arctg}(x)dx$ pentru orice număr natural $n\geq 1$. Atunci $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ este:

$\boxed{A}$ $\frac{\pi}{2}$ $\boxed{B}$ 0 $\boxed{C}$ $\frac{\pi}{4}$ $\boxed{D}$ 1

11. Fie $x\in\left[\pi,\frac{3\pi}{2}\right]$ cu proprietatea că $\operatorname{tg} x=\frac{1}{2}$. Atunci perechea $(\sin x,\cos x)$ este:

$\boxed{A}$ $\left(\frac{1}{\sqrt{5}},\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ $\boxed{B}$ $\left(-\frac{1}{\sqrt{5}},-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ $\boxed{C}$ $\left(\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$ $\boxed{D}$ $\left(-\frac{2}{\sqrt{5}},-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$

12. În planul de coordonate xOy, o dreaptă variabilă d care conţine punctul $A(0,5)$ intersectează dreptele de ecuaţii $x+y=2$ şi $x+y=3$ în punctele B şi respectiv C. Panta m a dreptei d pentru care segmentul BC are lungimea minimă este:

$\boxed{A}$ $m=0$ $\boxed{B}$ $m=-1$ $\boxed{C}$ $m=1$ $\boxed{D}$ $m=2$

13. Fie hexagonul regulat $ABCDEF$. Expresia vectorului $\overrightarrow{AF}$ în funcţie de vectorii $\overrightarrow{AB}=a$ şi $\overrightarrow{BC}=b$ este:

$\boxed{A}$ $a+b$ $\boxed{B}$ $-b$ $\boxed{C}$ $b-a$ $\boxed{D}$ $2a+b$

14. În triunghiul ABC avem $m(\hat{A})=60^\circ$, $m(\hat{C})=75^\circ$ şi $BC=4$. Lungimea laturii AC este:

$\boxed{A}$ $\frac{\sqrt{6}}{3}$ $\boxed{B}$ $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ $\boxed{C}$ $\sqrt{6}$ $\boxed{D}$ $\frac{4\sqrt{6}}{3}$

15. Cel mai mare element al mulţimii $M=\{\sin 1,\sin 2,\sin 3,\sin 4\}$ este:

$\boxed{A}$ $\sin 1$ $\boxed{B}$ $\sin 2$ $\boxed{C}$ $\sin 3$ $\boxed{D}$ $\sin 4$

Timp de lucru total 3 ore, în care este inclusă şi rezolvarea celui de-al doilea subiect, la alegere dintre Informatică şi Fizică.

INFORMATICĂ – VARIANTA 1

1. În următoarea secvență de cod variabilele p, m și s sunt de tip întreg.

```
p=10; m=12345; s=0;
while(m>0){
        p=p*10; s=s+m%p; m=m/p;
}
```

```
p:=10; m:=12345; s:=0;
while m>0 do begin
     p:=p*10; s:=s+m mod p; m:=m div p;
end;
```

Care este ultima cifră (a unităților) a valorii memorate în s la sfârșitul execuției acestei secvențe de cod?

a) 7 **b) 5** **c) 8** **d) 9**

2. În următoarea secvență de cod variabilele x și k sunt de tip întreg. Înainte de executarea acestei secvențe de cod, k este strict mai mare decât x. Stabiliți care este valoarea expresiei abs(k – x) la sfârșitul executării secvenței, unde abs este o funcție care returnează modulul unui număr întreg primit ca parametru.

```
while (k > x – 3)
      k--;
x++; k--;
```

```
while k > x – 3 do
        k := k – 1;
inc(x); dec(k);
```

a) 5 **b) 4** **c) 2** **d) 1**

3. În următorul algoritm descris în pseudocod, v este un vector de n elemente întregi, primul element fiind pe poziția 1. Se notează prin ↔ operația de interschimbare.

```
pentru j ←1, 2 execută
   pentru i ←1, n-1 execută
      dacă v[i] > v[i+1] atunci
          v[i]  ↔ v[i+1]
```

Care este numărul maxim de interschimbări ce se pot realiza prin executarea algoritmului pentru n=5?

a) 10 **b) 8** **c) 7** **d) 9**

4. În următorul algoritm a este o matrice cu n linii și n coloane având elemente întregi; liniile și coloanele matricei a sunt numerotate de la 1 la n. Variabilele i, j, s sunt de tip întreg.

```
s=0;   i=1;
while(i<=n){
        j=n;
        while(j>=1){
            if(i==j)
                s = s + a[i][j];
            j--;
        }
        i++;
}
```

```
s:=0;   i:=1;
while i<=n do begin
        j:=n;
        while j>=1 do begin
            if i=j then
                s := s + a[i,j];
            dec(j);
        end;
        inc(i);
end;
```

Stabiliți ce reprezintă valoarea memorată în variabila s la finalul execuției algoritmului și care este complexitatea algoritmului.

a) suma elementelor de pe diagonala principală / O(n)

b) suma elementelor de pe diagonala secundară / O(n)

c) suma elementelor de pe diagonala principală / O(2n)

d) suma elementelor de pe diagonala principală/ O(n^2)

5. Se consideră următorul subprogram:

```
int doi(int n){
        int p=1;
        while(n>1){
                n=n/2; p++;
        }
        return p;

}
```

```
function doi(n:integer):integer;
var p:integer;
begin
      p:=1;
      while n>1 do
      begin
            n:=n div 2; p:=p+1;
      end;
      doi := p;
end;
```

Pentru un număr real x notăm cu [x] partea sa întreagă. Care afirmație este valabilă pentru valoarea returnată de apelul doi(n), unde n este un număr natural strict pozitiv ?

a) este egală cu [$\log_2$(n)]

b) este egală cu puterea la care apare 2 în descompunerea în factori primi a lui n

c) este egală cu [$\log_2$(n)] + 1

d) este un număr nenul dacă și numai dacă n este putere a lui 2

6. Câți dintre următorii vectori nu pot reprezenta vectorul de tați al unui arbore cu rădăcină?

(3, 4, 0, 3, 4, 1, 2, 1, 2, 1) , (0, 6, 1, 2, 8, 4, 1, 1, 1, 1), (0, 3, 4, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 3), (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 6, 5)

a) 0 **b) 1** **c) 2** **d) 3**

7. Fie G un graf neorientat cu n > 2 noduri şi m muchii. Numărul de subgrafuri ale lui G cu cel puțin două noduri este:

a) $2^m - 1$ **b)** $2^n - n - 1$ **c)** $2^n - n$ **d)** $2^m - 2$

8. Care sunt numărul minim și numărul maxim de arce ale unui graf orientat tare conex cu 10 vârfuri?

a) 10 și 45 **b) 9 și 45** **c) 10 și 90** **d) 9 și 90**

9. Generarea *folosind metoda backtracking* a tuturor șirurilor de 3 elemente, fiecare element putând fi orice număr din mulțimea {1, 2, 3, 4, 5}, se realizează cu ajutorul unui algoritm echivalent cu cel de generare a:

a) permutărilor **b) aranjamentelor** **c) combinărilor** **d) produsului cartezian**

10. Se consideră două variabile globale x si y, ambele inițializate cu valoarea 1 și următorul subprogram:

```
void f(int x){
        x+=3;
        y=--x;
}
```

```
procedure f(x:integer) ;
begin
      inc(x,3); x:=x-1; y:=x;
end;
```

Care sunt valorile variabilelor globale x şi y după execuția apelului f(2)?

a) 4 și 4 **b) 4 și 5** **c) 3 și 3** **d) 1 și 4**

11. Dacă G este un graf neorientat eulerian cu 10 noduri şi 16 muchii şi lista de adiacenţă a fiecărui nod din G este formată din cel puțin un element, atunci câte dintre afirmațiile de mai jos sunt adevărate?

- G este conex
- G are cel puțin un nod de grad egal cu 2
- G este hamiltonian
- G nu conține cicluri elementare de lungime 3.

a) 1 **b) 2** **c) 3** **d) 4**

12. Se consideră funcția f definită mai jos. Ce valoare va returna f(1,2)?

```
int f(int m, int n)
{
   if (m==0) return n+1;
   if (m>0 && n==0) return f(m-1,1);
   if (m>0 && n>0) return f(m-1,f(m,n-1));
}
```

```
function f (m,n:integer): integer;
begin
        if m=0 then f:= n+1;
        if (m>0) AND (n=0) then f:= f(m-1,1);
        if (m>0) AND (n>0) then f:= f(m-1,f(m,n-1));
end;
```

a) 1 **b) 3** **c) 2** **d) 4**

13. Fie f și g două subprograme cu definițiile de mai jos. Ce valoare va returna apelul g(6)?

```
int f(int x){
   if (x%2==0)
      return f(x/2);
   else return x;
}
int g(int x){
   if(x<1) return 1;
   else return f(x*g(x-1));
}
```

```
function f (x:integer): integer;
begin
        if x mod 2=0 then f:= f(x div 2)
        else f:= x;
end;
function g(x:integer): integer;
begin
        if x < 1 then g:=1
        else g:= f(x*g(x-1));
end;
```

a) 315 **b) 3** **c) 45** **d) 15**

14. Fie A, B şi C 3 stive inițial vide. Se consideră că, în oricare dintre cele 3 stive, o valoare poate fi adăugată doar dacă este strict mai mică decât valoarea aflată în vârf sau dacă stiva este vidă. Printr-o mutare a unei valori înțelegem scoatere ei dintr-o stivă și adăugarea ei în altă stivă. Dacă în stiva A sunt introduse pe rând numerele 5, 4, 3, 2, 1 în această ordine, care este numărul minim de mutări de valori folosind cele 3 stive în urma cărora stiva B conține toate elementele care inițial erau în stiva A.

a) 5! **b)** 2^5 **c)** $2^5 - 1$ **d) 10**

15. Se dau mulţimile A şi B având acelaşi număr n de elemente. Reprezentăm mulţimile prin vectori sortați crescător. Care este complexitatea algoritmului optim de aflare a intersecției celor două mulțimi?

a) $O(n^2)$ **b)** $O(n \log(n))$ **c)** $O(n)$ **d)** $O(\log(n))$

FIZICĂ - Varianta 1

Se consideră accelerația gravitațională g = 10m/s^2

1. Un vehicul de mare tonaj circulă pe un drum cu viteza de 90 km/h. Care este masa camionului, dacă impulsul sau are valoarea de 200 kNs?

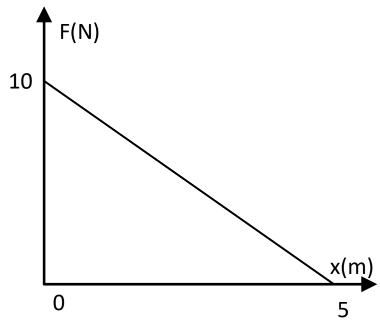
   a) m=8 t b) m=16 t c) m=12 t d) m=10 t

2. Un om se află într-un lift care coboară cu accelerația $a = 2\ m/s^2$. Raportul dintre greutatea omului și forța cu care acesta apasă asupra podelei liftului este:

   a) 1,50 b) 1,20 c) 1,25 d) 1,75

3. Un fir elastic omogen are constanta de elasticitate $k = 300\ N/m$. Se taie din fir o bucată egală cu o treime din lungimea totală a firului nedeformat. Constanta elastică a părții din fir rămase este:

   a) 400 N/m b) 600 N/m c) 900 N/m d) 450 N/m



4. Un corp se deplasează de-a lungul axei O*x* sub acțiunea unei forțe de modul *F* paralele cu direcția de deplasare. Mărimea forței variază cu poziția ca în figura alăturată. Lucrul mecanic al forței pe distanța de deplasare din figura, $x = 0m \div 5m$, este:

   a) 25 J b) 10 J c) 15 J d) 21 J

5. Un corp alunecă liber de-a lungul unui plan înclinat de unghi $\alpha = 30°$ și parcurge distanța $d = 20m$ până la baza planului. Coeficientul de frecare dintre corp și plan fiind $\mu = \sqrt{3}/6$, viteza cu care corpul ajunge la baza planului înclinat este:

   a) 10 m/s b) $10\sqrt{2}$ m/s c) $10\sqrt{3}$ m/s d) 12 m/s

6. Într-un proces adiabatic suferit de un gaz monoatomic volumul crește de 8 ori. Temperatura acestuia:

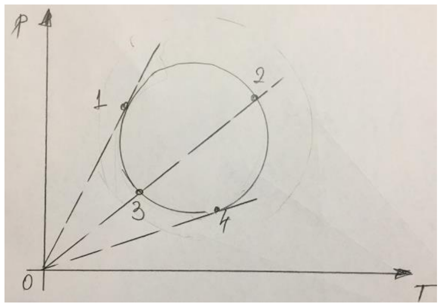
   a) scade de 4 ori; b) crește de 48 ori; c) scade de 8 ori; d) crește de 8 ori.

7. Un gaz ideal biatomic disociază în proporție de f=25%. Masa molară devine:

   a) μ/1.25; b) 1,25 μ; c) μ/2; d) 2 μ.

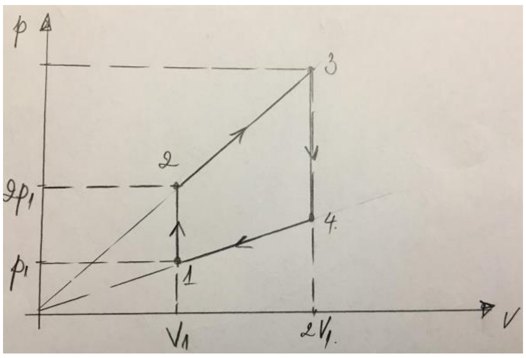
8. În care dintre stările (1, 2, 3, 4) din figura alăturată, volumul unui gaz are valoarea cea mai mare?

   a) 1; b) 3; c) 2; d) 4.



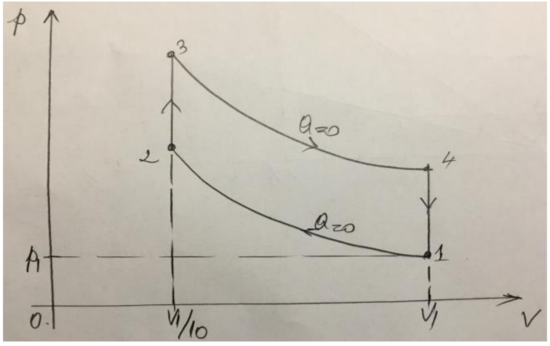
9. Lucrul mecanic total efectuat de un gaz în transformarea ciclică din figura alăturată este:

   a) p_1V_1; b) $2p_1V_1$; c) $1,5p_1V_1$; d) $2,5p_1V_1$

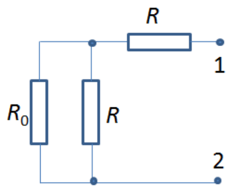


10. Într-un ciclu Otto (figura alăturată) se cunoaşte raportul de compresie ε=10 şi exponentul adiabatic γ=1,4. Se cunosc: $2^{0,4}=1{,}32$; $5^{0,4}=1{,}90$. Randamentul este:

a) 30%; b) 50%; c) 40%; d) 60%.



11. La bornele unui rezistor electric cu rezistenţa $R_0=\left(\sqrt{5}+1\right)\Omega$ se conectează o grupare formată din doi rezistori identici cu rezistenţa R, ca în figura următoare. Se măsoară rezistenţa R_{12} între bornele 1 şi 2 ale montajului obţinut şi se constată că $R_{12}=R_0$. Valoarea rezistenţei electrice R este:

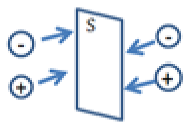


a) 5Ω b) 4Ω c) $\left(\sqrt{5}-2\right)\Omega$ d) 2Ω

12. Un fir metalic, cilindric, este tăiat în N bucăţi de aceeaşi lungime. Apoi, cele N bucăţi sunt conectate în paralel. Rezistenţa echivalentă a grupării obţinute este:

a) direct proporţională cu N b) direct proporţională cu N^2 c) direct proporţională cu N^{-2} d) invers proporţională cu N

13. Prin suprafaţa S trec cu aceeaşi viteză (în modul) acelaşi număr de sarcini electrice pozitive şi negative, egale în modul, sensurile deplasării lor fiind cele indicate în figură. Intensitatea medie I a curentului electric prin suprafaţa S este:



a) $I=0$, pentru că sarcinile identice circulă în sensuri opuse

b) $I\neq 0$, pentru că sarcinile cu semn diferit circulă în sensuri opuse

c) $I=0$, indiferent de sensul în care circulă sarcinile cu semne opuse

d) $I\neq 0$, indiferent de sensul în care circulă sarcinile cu semne opuse

14. Ampermetrul dintr-un circuit electric serie ce conţine o sursă de tensiune electromotoare ideală şi un consumator rezistiv cu rezistenţa electrică R este scurtcircuitat cu un fir conductor cu rezistenţă electrică neglijabilă. În aceste condiţii, valoarea intensităţii curentului din circuit creşte de n ori. Valoarea rezistenţei electrice R_A a ampermetrului este:

a) $R_A=(n-1)R$ b) $R_A=\dfrac{R}{n-1}$ c) $R_A=nR$ d) $R_A=(n+1)R$

15. Dispuneţi de trei rezistori cu rezistenţele electrice $R_1=n_1\,\Omega$, $R_2=n_2\,\Omega$, $R_3=n_3\,\Omega$, unde n_1, n_2, n_3 sunt numere întregi, pozitive. Acestea satisfac ecuaţiile $n_1^2 - n_3 n_1 + 7 = 0$ și $n_2^2 - n_3 n_2 + 7 = 0$. Cei trei rezistori sunt legaţi în serie, apoi gruparea obţinută este conectată la bornele unei surse cu tensiunea electromotoare $E=17$ V şi rezistenţa internă $r=1\,\Omega$. În aceste condiţii, un voltmetru ideal conectat la bornele sursei indică tensiunea:

a) 16.5V b) 16V c) 14.5V d) 15V