

Test la INFORMATICĂ

Limbajul C/C++

Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

Pentru itemul 1, scrieți pe foaia de examen litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. Un număr natural n desemnează un an bisect dacă n este multiplu de 4, dar nu este multiplu de 100, cu excepția numerelor multiplu de 400. De exemplu, 1600, 2000, 2004, 2016, 2400 sunt ani biseți, dar 2007, 1700, 1800, 2200 nu sunt ani biseți. Care dintre expresiile C/C++ de mai jos testează dacă valoarea variabilei n desemnează un an bisect? (4p.)

- | | |
|--|---|
| a. $(n \% 100 != 0) \ \&\&$
$(n \% 4 == 0)$ | b. $(n \% 4 == 0) \ \&\&$
$((n \% 100 != 0) \ \ (n \% 400 == 0))$ |
| c. $(n \% 100 != 0) \ $
$(n \% 4 == 0)$ | d. $(n \% 4 == 0) \ \&\&$
$((n \% 100 != 0) \ \&\& \ (n \% 400 == 0))$ |

Scrieți pe foaia de examen răspunsul pentru fiecare dintre cerințele următoare.

2. Se consideră subprogramul recursiv F de mai jos, descris în pseudocod. Subprogramul primește ca parametri două numere naturale u și v și întoarce un număr natural. Operația $\%$ reprezintă restul împărțirii, iar $\max(a, b)$ reprezintă maximum dintre a și b .

- a. Care este valoarea returnată de subprogram pentru parametrii $u = 42$ și $v = 35$? (6p.)
- b. Dați exemplu de două numere naturale u, v distincte și nenule astfel încât $F(u, v)$ să returneze 5. (4p.)
- c. Dacă $u = 14$, care este cea mai mare valoare strict mai mică decât 100 pentru v , astfel încât $F(u, v)$ să returneze 7? (6p.)
- d. Scrieți funcția C/C++ corespunzătoare subprogramului alăturat. (10p.)

```
subprogram F(u,v)      (u, v - numere naturale)
    dacă u=v sau u=0 sau v=0 atunci
        returnează max(u,v)
    altfel dacă u%2=0 atunci
        dacă v%2=0 atunci returnează 2*F(u/2, v/2)
        altfel returnează F(u/2, v)
    altfel
        dacă v%2=0 atunci returnează F(u, v/2)
        altfel
            dacă u<v atunci returnează F(u, (v-u)/2)
            altfel returnează F((u-v)/2, v)
```

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pentru fiecare dintre itemii 1 și 2, scrieți pe foaia de examen litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. Care este înălțimea maximă a unui arbore cu rădăcină, având 11 noduri, știind că fiecare nod intern (care nu este rădăcină sau frunză) are mai multe noduri fiu decât părintele său? (Inălțimea arborelui este numărul de muchii ale celui mai lung drum de la rădăcină la o frunză.) (4p.)

- | | | | |
|------|------|-------|----------------------------------|
| a. 2 | b. 4 | c. 10 | d. nu există un astfel de arbore |
|------|------|-------|----------------------------------|

2. Fie un graf neorientat în care fiecare nod are un număr par și nenul de vecini, astfel încât nu există două noduri având același număr de vecini. Care dintre următoarele variante ar putea reprezenta numărul de muchii ale unui astfel de graf? **(6p.)**

- a. 10 b. 15 c. 16 d. nu există un astfel de graf

Scrieți pe foaia de examen răspunsul pentru fiecare dintre cerințele următoare.

3. Considerăm un șir oarecare format doar din caractere din mulțimea $\{a, b\}$. Mulțimea $R = \{r_1: aab \rightarrow aaa, r_2: aba \rightarrow aab, r_3: abb \rightarrow aba, r_4: baa \rightarrow abb, r_5: bab \rightarrow aba, r_6: bba \rightarrow baa, r_7: bbb \rightarrow bab\}$ definește regulile de transformare care pot fi aplicate unui astfel de șir. Fiecare dintre aceste transformări, aplicată unui șir de caractere oarecare, va înlocui prima apariție a subșirului de trei caractere din partea stângă a regulii, cu subșirul din partea dreaptă. Pornind de la șirul inițial, vom aplica în mod repetat oricare dintre transformările din mulțimea R , atât timp cât acest lucru este posibil.

Exemplu: Pentru șirul de caractere "abba", o secvență posibilă de aplicare a regulilor este:

$$abba \xrightarrow{r_3} abaa \xrightarrow{r_4} aabb \xrightarrow{r_1} aaab \xrightarrow{r_1} aaaa.$$

- a) Demonstrați că, indiferent de șirul considerat inițial și indiferent de ordinea de aplicare a regulilor de transformare, după un număr finit de pași se va obține un șir ce conține pe fiecare poziție doar caracterul **a**. **(3p.)**
- b) Scrieți un program C/C++ care:
- Citește de la tastatură un șir **s** format doar din caracterele **a** și **b**. În cazul în care șirul conține și alte caractere, va fi afișat mesajul **"Date invalide"**. **(1p.)**
 - Pornind de la șirul **s**, aplică regulile de transformare din mulțimea R atât timp cât este posibil și afișează numărul de aplicări ale acestor reguli. **(5p.)**
 - Verifică faptul că șirul rezultat în final este format doar din caractere egale cu **a**. **(1p.)**

4. Fie S și T două mulțimi de simboluri, ambele având același număr de elemente n , unde n este un număr natural impar. Un (S, T) -pătrat este o matrice pătratică de dimensiune $n \times n$ ce îndeplinește următoarele condiții:

- (C1) fiecare element al matricii este o pereche (s, t) unde $s \in S$ și $t \in T$;
- (C2) pentru orice două elemente (s, t) și (s', t') aflate pe poziții diferite în matrice dar **pe aceeași linie sau pe aceeași coloană**, avem $s \neq s'$ și $t \neq t'$;
- (C3) pentru orice două elemente (s, t) și (s', t') aflate **pe poziții diferite** în matrice, avem $s \neq s'$ sau $t \neq t'$.

Exemplu: Pentru $n=3$, $S=\{a, b, c\}$ și $T=\{0, 1, 2\}$, un (S, T) -pătrat posibil este:

$$\begin{pmatrix} (a, 0) & (b, 1) & (c, 2) \\ (c, 1) & (a, 2) & (b, 0) \\ (b, 2) & (c, 0) & (a, 1) \end{pmatrix}$$

- a) Dați un exemplu de (S, T) -pătrat pentru $n=5$, $S=\{a, b, c, d, e\}$ și $T=\{0, 1, 2, 3, 4\}$. **(2p.)**
- b) Scrieți o funcție C/C++ care primește ca argumente numărul natural impar n și două tablouri de caractere, reprezentând mulțimile S și T , și construiește un (S, T) -pătrat. **(6p.)**
- c) Argumentați faptul că pătratul construit de funcția de la punctul b) îndeplinește condițiile (C1), (C2) și (C3). **(2p.)**

Pentru itemul 1, scrieți pe foaia de examen litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. Se consideră toate șirurile de lungime 10 formate din 0 și 1. Câte dintre acestea au proprietatea că suma oricăror 5 elemente de pe poziții consecutive este 3? (4p.)

- a. 10 b. 100 c. 120 d. 1024

Scrieți pe foaia de examen răspunsul pentru fiecare dintre cerințele următoare.

2. John McCarthy, unul dintre fondatorii domeniului *inteligentă artificială*, a propus funcția F91, definită mai jos și numită “funcția 91 a lui McCarthy”. Ce valoare va returna apelul F91(91)? (6p.)

```
int F91(int x) {
    if (x > 100) { return x - 10; }
    else { return F91(F91(x + 11)); }
}
```

3. Fie A o matrice de numere naturale cu $N \geq 2$ linii și $M \geq 2$ coloane. O secvență $(i_1, j_1), (i_2, j_2), \dots, (i_k, j_k)$ de poziții din A se numește *progresivă* dacă șirurile

- i_1, i_2, \dots, i_k
- j_1, j_2, \dots, j_k
- $A[i_1][j_1], A[i_2][j_2], \dots, A[i_k][j_k]$

sunt progresii aritmetice cu rații **nenule**. De exemplu, în matricea

$$\begin{pmatrix} 22 & \boxed{35} & 30 & 37 & 25 & 34 \\ 26 & 8 & 44 & \boxed{23} & 41 & 10 \\ 38 & 23 & 14 & 20 & 49 & \boxed{11} \\ 35 & 20 & 3 & 2 & 24 & 13 \end{pmatrix}$$

este evidențiată secvența progresivă $(1, 2), (2, 4), (3, 6)$: indicii liniilor $(1, 2, 3)$ sunt în progresie aritmetică de rație nenulă, indicii coloanelor $(2, 4, 6)$ sunt în progresie aritmetică de rație nenulă, iar valorile $(35, 23, 11)$ sunt și ele în progresie aritmetică de rație nenulă.

a) Pentru matricea de mai jos, scrieți care este cea mai lungă secvență progresivă. Dacă sunt mai multe astfel de secvențe, alegeți oricare dintre ele. (4p.)

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 9 & 1 \\ 1 & 1 & 6 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 7 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 1 & 1 & 9 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Scrieți o funcție C/C++ care primește ca parametri dimensiunile N și M ale matricii, matricea A și primele două poziții $(i_1, j_1), (i_2, j_2)$ dintr-o secvență progresivă din A. Funcția va returna lungimea secvenței progresive din A ce începe cu $(i_1, j_1), (i_2, j_2)$ și care are un număr maxim de elemente. (8p.)

c) Scrieți o funcție C/C++ care primește ca parametri dimensiunile N și M ale matricii și matricea A. Funcția va returna lungimea secvenței progresive din A, care are un număr maxim de elemente. În rezolvare, puteți apela funcția de la punctul b). (8p.)