

Concursul de admitere iulie 2018
Domeniul de licență – *Informatică*

I. Algebră. Fie polinomul $P(X) = X^3 + mX^2 - 3X + 1$ cu $m \in \mathbb{R}$, care are rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.

- (a) Pentru $m = -3$ calculați rădăcinile polinomului P .
- (b) Calculați în funcție de parametrul m expresia $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$.
- (c) Determinați $m \in \mathbb{R}$ astfel încât rădăcinile polinomului P să fie în progresie geometrică.
- (d) Pentru $m = 0$ arătați că $2 \cos(\frac{2\pi}{9})$ este o rădăcină a lui P .
- (e) Demonstrați că $\cos(\frac{2\pi}{9}) + \cos(\frac{4\pi}{9}) + \cos(\frac{8\pi}{9}) = 0$.

II. Analiză. Fie funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{-5\} \rightarrow \mathbb{R}$ dată prin $f(x) = (x - 1)e^{\frac{-1}{x+5}}$ pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-5\}$.

- (a) Determinați asimptotele la graficul funcției f .
- (b) Aflați punctele de extrem local ale lui f .
- (c) Pentru $m \in \mathbb{R}$ precizați numărul de soluții reale ale ecuației $f(x) = m$.
- (d) Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \int_0^1 x^n f(x) dx$.

III. Geometrie. În sistemul de coordonate xOy se consideră punctele $A(-2, 1)$, $B(4, -1)$ și $C(-2, -3)$.

- (a) Găsiți ecuația mediatoarei segmentului AB și coordonatele centrului cercului circumscris triunghiului ABC .
- (b) Arătați că $\sin(2\hat{A}) \cdot \overrightarrow{O'A} + \sin(2\hat{B}) \cdot \overrightarrow{O'B} + \sin(2\hat{C}) \cdot \overrightarrow{O'C} = \vec{0}$, unde O' este centrul cercului circumscris triunghiului ABC iar \hat{A}, \hat{B} și \hat{C} sunt unghiurile triunghiului ABC .
- (c) Fie D mijlocul segmentului AB și M un punct variabil pe înălțimea din B a triunghiului ABC . Găsiți coordonatele lui M pentru care suma $AM + MD$ este minimă.

IV. Informatică.

- (a) Se citește un număr natural L ($20 \leq L \leq 1000$) și un șir de cel mult 10000 de caractere ce conține cuvinte despărțite între ele prin câte un spațiu. Fiecare cuvânt din șirul de caractere citit este format din cel mult L litere mari ale alfabetului englez. Să se scrie un program care afișează aceste cuvinte, în ordinea în care se citesc, pe linii de cel mult L caractere, astfel încât orice linie începe și se termină cu un cuvânt și oricare două cuvinte de pe aceeași linie sunt separate printr-un singur spațiu. Oricare linie este folosită la maxim, adică dacă un cuvânt are loc pe acea linie va fi pus acolo și nu va fi trecut pe linia următoare sau spart pe 2 linii.

Exemplu: se citește $L = 22$ și șirul de caractere PROBLEMA DE LA EXAMEN NU MI SE PARE FOARTE GREU DE REZOLVAT IN TIMPUL ACORDAT. Programul va afișa:

```
PROBLEMA DE LA EXAMEN
NU MI SE PARE FOARTE
GREU DE REZOLVAT IN
TIMPUL ACORDAT
```

- (b) Într-un text formatat pe linii ca la punctul (a), două spații sunt *conectate* dacă se învecinează pe verticală sau pe diagonală. Pentru textul formatat mai sus avem mai multe exemple de spații *conectate*: spațiul de pe poziția 9, linia 1, ce separă literele A și D este *conectat* cu cel de pe poziția 9, linia 2; spațiul de pe poziția 15, linia 1, este *conectat* cu cel de pe poziția 14, linia 2. Spațiul de pe poziția 3, linia 2, nu este *conectat* cu niciun alt spațiu. Să se scrie un program care citește numerele naturale L, N și apoi un text formatat pe N linii de cel mult L caractere ca la punctul (a) și afișează mesajul DA dacă în tot textul există cel puțin o pereche de spații *conectate*, altfel afișează mesajul NU.
- (c) În arta tipografică un *râu* este o înșiruire de spații care se întinde pe verticală, pe liniile consecutive ale unui text. Mai precis, un *râu* este definit ca o secvență de cel puțin 2 spații în care oricare 2 spații de pe linii consecutive sunt conectate. Spre exemplu, pentru textul de la punctul (a), avem un *râu* de lungime 4 format din: spațiul de pe poziția 9, linia 1; spațiul de pe poziția 9, linia 2; spațiul de pe poziția 8, linia 3 și spațiul de pe poziția 7, linia 4. De remarcat, faptul că de pe poziția 17, linia 3, nu pornește nici un *râu* întrucât linia 4 se termină pe poziția 14. Să se scrie un program, cu o complexitate de timp cât mai bună, care citește numerele naturale L, N și apoi un text formatat pe N linii de cel mult L caractere ca la punctul (a) și afișează lungimea celui mai lung *râu* posibil, dacă acesta există sau mesajul NU, dacă nu există niciun *râu*.

Note:

1. Programele vor fi scrise într-unul dintre limbajele de programare studiate în liceu (Pascal, C, C++). Pentru fiecare soluție se vor descrie informal detaliile algoritmului folosit și ale implementării sub formă de program: semnificația variabilelor, a structurilor de date, a structurilor repetitive și a instrucțiunilor condiționale.
2. Programele vor folosi instrucțiunile de bază ale limbajului de programare ales, funcții din biblioteci de bază (inclusiv cele de intrare/ieșire), dar nu și alte funcții din biblioteci specializate.
3. Citirea datelor se poate face de la tastatură sau dintr-un fișier text. Afișarea se va face numai la monitor. Cele 3 subpuncte se pot rezolva independent, dar funcțiile descrise la un subpunct pot fi folosite și la subpunctele următoare.

Timp de lucru: 3 ore